# 控制测量的基准面和基准线

## 水准面、大地水准面、似大地水准面

1. 水准面

重力位相等的面称为重力等位面，即水准面。

1. 大地水准面

静止的平均海水面延伸到大陆内部处处与铅垂线相垂直的水准面，由它包围的形体称为大地体。

置平经纬仪的目的就是使仪器纵轴位于铅垂线方向，从而使水平度盘位于通过度盘中心的水准面的切平面上。

1. 似大地水准面

## 总椭球和参考椭球 正常椭球和水准椭球

1. 总椭球的特点（全球范围内与大地水准面最佳符合）
2. 椭球中心与地球质心重合
3. 短轴与地轴重合
4. 起始大地子午面与起始天文子午面重合
5. 全球范围内大地水准面差距的平方和最小，即
6. 总质量相等
7. 旋转角速度相等
8. 引入参考椭球的原因（局部范围内与大地水准面最佳符合）

大地水准面形状十分复杂，不能用数学模型表达，为此，选取绕地轴旋转且与大地水准面近似相同的椭球面来代替地球的自然表面，即参考椭球面，便于用数学模型来表达。

## 大地高、正高、正常高

1. 定义
2. 大地高：地面点沿法线方向到椭球面的距离。
3. 正高：地面点沿实际重力线（铅垂线）方向到大地水准面的距离。
4. 正常高：地面点沿正常重力线方向到似大地水准面的距离。
5. 相互关系
6. 大地水准面差距：大地水准面与椭球面之间的高差。
7. 高程异常：似大地水准面与椭球面之间的高差。
8. 相互关系

式中：为大地水准面差距，为高程异常。

## 垂线偏差

地面上一点的重力向量和相应椭球面上的法线向量之间的夹角定义为该点垂线偏差。

根据采用椭球不同可分为绝对垂线偏差和相对垂线偏差，垂线同总椭球（或参考椭球）法线构成的角度称绝对（或相对）垂线偏差。

# 水平控制网的技术设计

# 精密测角仪器和水平角观测

## 经纬仪的三轴误差

### 视准轴误差

垂直度盘

视准轴

水平轴

图3‑1视准轴误差

仪器视准轴不与水平轴正交所产生的误差称为视准轴误差。规定视准轴偏向垂直度盘一侧时，为正值，反之为负值。

1. 主要原因
2. 望远镜十字丝分划板安置不正确。
3. 望远镜调焦镜运行时晃动。
4. 气温变化引起仪器部件的胀缩，特别是仪器受热不均匀使视准轴位置变化。
5. 对测角的影响及消除措施

视准轴误差对水平方向观测值的影响为

式中：为垂直角。

式中：、为正确读数，、为实际读数。

盘左盘右取中数得以消除视准轴误差

1. 关于值

根据前述公式可得，当角很小时，有。

* 国家规定

1. 对于J1型仪器值不得超过20″，互差。
2. 对于J2型仪器值不得超过30″，互差。

### 水平轴倾斜误差

仪器的水平轴（横轴）不与垂直轴正交所产生的误差。规定水平轴在垂直度盘一侧下倾，角为正，反之角为负。

1. 主要原因
2. 仪器左右两端支架不等高。

垂直轴

垂直度盘

水平轴

1. 水平轴两端轴径不等。
2. 对测角的影响及消除措施

，

盘左盘右取中数得以消除水平轴倾斜误差。

1. 关于值

图3‑2 水平轴倾斜误差

顾及视准轴误差和水平轴倾斜误差得

可见比较各方向互差不可忽略的影响，其随的增大而增大。

* 国家规定

1. 对于J1型仪器、的绝对值都应小于10″，对于J2型都应小于15″。
2. 由于对值的影响随的增大而增大，故当照准目标垂直角超过时，该方向的值不与其他方向的值作比较，而与该方向相邻测回的值比较。

### 垂直轴倾斜误差

垂直轴不与水准管轴正交，使垂直轴偏离测站铅垂线一微小角度，称垂直轴倾斜误差。

1. 主要原因
2. 整平不完善。
3. 垂直轴晃动。
4. 因种种原因引起的脚架移动。
5. 照准部水准器校正后的剩余误差或因单向受热使水准气泡偏离正确位置。
6. 对测角的影响

式中。

1. 削弱措施
2. 尽量减小垂直轴的倾斜角值（如仔细检验和校正水准器）。
3. 测回间重新整平仪器。
4. 对水平方向观测值施加垂直轴倾斜改正数。

* 注意：盘左盘右取中数的方法不能消除垂直轴倾斜误差。

## 精密测角的误差影响因素

### 仪器误差的影响

1. 三轴误差的影响
2. 水平度盘位移的影响

旋转照准部时，由于轴面的摩擦力使仪器的基座部分产生弹性的扭曲，与基座固连的水平度盘也随之发生微小的方位变动（主要发生在照准部旋转的开始瞬间）。

* 影响

顺转照准部时，度盘也随基座顺转一微小角度，使读数偏小；反之，逆转照准部时，读数偏大。

* 削弱或消除措施

1. 半测回中照准目标时保持照准部向同一方向转动，由方向组成角度可削弱其影响。
2. 在一测回中，上半测回顺转照准部，下半测回逆转照准部且按相反的次序照准各方向，则在同一角度的上、下半测回平均值中可很好地消除此误差。
3. 照准部旋转不正确的影响

照准部垂直轴与轴套之间间隙过大，照准部转动时垂直轴在轴套中发生歪斜或平移，称照准部旋转不正确。

* 影响：会引起照准部的偏心和测微器行差的变化。
* 消除措施：采用重合法读数消除照准部偏心的影响。

1. 照准部水平微动螺旋作用不正确的影响

旋进水平微动螺旋时，靠螺杆的压力推动照准部；当旋出时，靠弹簧的弹力推动照准部。因油污阻碍或弹簧老化等原因使弹力减弱微动螺旋旋出后，照准部不能及时转动，微动螺杆顶端出现微小空隙，这时读数，视准轴已偏离照准方向，引起误差。

* 削弱措施：规定观测时应旋进微动螺旋进行每个方向的最后照准。

1. 垂直微动螺旋作用不正确的影响
2. 光学测微器隙动差的影响

顺时针旋进和逆时针旋出测微螺旋使度盘对径分划接合时，在测微器分划盘上得到不同的读数，读数之差称光学测微器隙动差。

* 削弱措施：采用旋进测微螺旋进行读数，测微器对径分划两次接合读数取中数。

1. 水平度盘分划不均匀的影响

* 削弱措施：多测回变换度盘位置。

### 外界条件的影响

1. 大气层密度变化和大气透明度对目标成像质量的影响
2. 大气层密度变化对目标成像稳定性的影响
3. 大气透明度对目标成像清晰的影响
4. 水平折光的影响

光线通过密度不均匀的空气介质时，经过连续折射后形成一条曲线，并向密度大的一方弯曲。

* 影响

B

A

照准方向与弦线方向的微小夹角称为微分折光，可分解为纵向和水平两个分量。由于大气温度的梯度主要发生在垂直面内，所以的纵向分量较大，是主要部分。水平分量影响视线的水平方向，从而影响水平角。

图3‑3 大气折光示意图

* 削弱措施：多时段观测，避免视线通过高大建筑物、烟囱、电杆等实体侧方。

1. 照准目标的相位差

* 影响：使得照准目标时，不能正确地照准目标的真正中心轴线。
* 削弱措施：半数测回在上午，半数测回在下午（异午观测）。

1. 温度变化对视准轴的影响

仪器受热不均匀，膨胀不均匀，各轴线间正确关系不能保证。

1. 外界条件（如温度）对觇标内架稳定性的影响

### 照准和读数误差的影响

照准误差受外界因素影响较大。读数误差主要表现为接合误差，主要取决于光学测微器质量。

此外，还有偏心误差、调焦误差等。

## 精密测角的一般原则

1. 应在目标成像清晰、稳定、有利于观测的时间进行观测，以提高照准精度、减小旁折光影响。
2. 观测前应认真调好焦距，消除视差。在一测回的观测过程中不得重新调焦，以免引起视准轴变动。
3. 各测回起始方向应均匀地分配在水平度盘和测微分划尺的不同位置上，以消除或减弱度盘分划线和测微分划尺的分划误差影响。
4. 上、下半测回之间倒转望远镜，以消除和减弱视准轴误差和水平轴倾斜误差，并求得，以检核观测质量。
5. 上、下半测回照准目标次序相反，并使得观测每一目标的观测时间大致相等，即按与时间对称排列的观测程序，以消除或减弱与时间成比例均匀变化的误差影响。
6. 为克服水平度盘位移的影响，应在每半测回开始观测前，照准部按规定的转动方向先预转1~2周。
7. 使用照准部微动螺旋和测微螺旋时，其最后旋转方向应为旋进。
8. 为减弱垂直轴倾斜误差的影响，观测过程中应保持照准部水准气泡居中。

## 方向观测法

在一测回中将测站上所有要观测的方向逐一照准进行观测，在水平度盘上读数，得出各方向的方向观测值。

### 全圆方向观测法

1. 观测流程及计算指标
2. 半测回结束：计算归零差，零方向闭合照准和起始照准读数差。
3. 一测回结束：计算下半测回归零差，各方向。
4. 测回结束：各测回方向观测值归零，比较同一方向在不同测回中的方向观测值，他们的互差小于规定的限差，称为“测回差”。

* 注意

1. 测站限差

表3‑1 全圆方向观测法的测站限差

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 项目 | J1型 | J2型 |
| 两次重合读数差（测微器两次接合之差） | 1″ | 3″ |
| 半测回归零差 | 6″ | 8″ |
| 一测回互差 | 9″ | 13″ |
| 测回互差 | 6″ | 9″ |

设一方向观测值*L*或*R*的偶然中误差为，则测站限差的表达式见表3‑2。

表3‑2 全圆方向观测法的测站限差表达式

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 项目 | 中误差 | 限差 |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| 测回互差 |  |  |

### 分组方向观测法

当测站上观测方向数多于6个时，应考虑分组观测。

1. 联测精度

联测角差为，中误差，式中为测角中误差。若（同精度观测），则，。

1. 测站平差

设联测方向为，并设

条件方程

整理得

式中，得法方程

联测方向的平差值

* 注解：分联测方向包括零方向和不包括零方向，举例见教材P120

# 电磁波测距仪及距离测量

## 测距方法

### 脉冲式测距

直接测定仪器发射的脉冲信号往返于被测距离的传播时间而得到距离值。

### 相位式测距

测量连续的调制（分为调频、调幅和调相）信号在待测距离上往返传播产生的相位差来间接测定传播时间。

式中：为测尺长度，为整波数，为余长。

1. 多值性问题

相位式测距仪只能测定（），即不足一周的小数部分，无法测定，使距离产生多值性。

1. 通过粗测尺和精测尺结合解决多值性问题

* 长测尺测程远，短测尺精度高，两者结合，既保证了测程，也提高了精度。

以两把测尺为例，测距公式如下

式中为精测尺长，为粗测尺长。显然，经推导有

式中称为测尺放大系数。足够大使，则，进一步有

从而有，。

* 例：，，测一段小于1000m的距离，，

解：，，

### 变频法测距

### 干涉法测距

干涉法测距也是一种相位式测距，但不是通过测量调制信号的相位，而是通过测量光波如激光本身的相位叠加结果（干涉）而测距。其精度达到微米级，测程得到提高。

## 周期误差

按一定的距离为周期重复出现的误差，主要来源于仪器内部的串扰信号，周期误差的周期一般取决于精测尺长。

发射信号通过电子开关、电源线等通道或空间渠道的耦合串到接收部分，从而形成固定不变的串扰信号，此时相位计测得的相位值就不单是测距信号的相位值。而且包含串扰信号的相位值，使测距产生误差。

## 仪器常数

1. 加常数

由于仪器电子中心与其机械中心不重合产生，包括仪器加常数和反光镜常数。在全站仪测距前设置加常数（一般是-29mm），还包括气温、气压等。

1. 乘常数

由测距频率偏移产生。

1. 六段解析法测定加常数

图4‑1 段解析法测定加常数

假定测距中误差均为，有

为提高精度，可采用全组合方法测距，对于六段解析法，共需观测个距离值，点号一般为0，1，2，3，4，5，6，再进行平差解算。

## 测距成果的归算

1. 仪器系统误差改正

乘常数改正、加常数改正、周期误差改正。

1. 大气折射率变化引起的改正

速度改正、波道弯曲改正（较长距离）。

1. 归算改正

倾斜改正、归算到椭球面上的改正（归算改正）、投影改正（投影到高斯投影面的改正）。如果有偏心观测的成果，还要进行归心改正。

1. 气象改正

温度改正、气压改正。

## 测距误差的主要来源

相位法测距的基本公式为

（分子是c还是c0？）

式中：（是真空中的光速）为折射率。对上式全微分并结合误差传播定律得

顾及周期误差和对中误差有

1. 两类测距误差
2. 与距离成比例的误差

光速值误差、大气折射率误差、测距频率误差。

1. 与距离无关的误差

测相误差、加常数误差、对中误差。

周期误差与距离有关但不成比例，具有特殊性。

1. 一般测距仪的精度表达式

式中：为固定误差，为比例误差系数，为距离。

# 高程控制测量

## 国家高程基准和高程控制网的布设原则

1. 国家高程基准

青岛验潮站

1. 高程控制网的布设原则
2. 从高到低，逐级布设。
3. 水准点分布应满足一定密度。
4. 水准测量应达到足够精度。
5. 一等水准网应定期复测。

## 精密水准测量仪器——水准仪

### 水准仪的分类

5个等级：DS05、DS1、DS3、DS10、DS20。

补偿式自动安平水准仪：光学补偿器和阻尼装置

双摆位自动安平水准仪、N3精密水准仪

### 精密水准尺的分划值和基辅差

1. 精密水准尺的分划值：分为10mm和5mm两种。
2. 基辅差：基本分划与辅助分划读数相差的常数，又称尺常数。

### 光学平行玻璃板测微器及及其读数规律

光楔罩

（带楔角的保护玻璃）

平行玻璃板

物镜

图5‑1 光学平行玻璃板测微器

1. 光楔罩的作用

一方面防止灰尘侵入望远镜筒内；另一方面，光楔的转动可使视准轴倾角作微小的变化，借以精确校正视准轴与水准轴的平行性。

1. 光学平行玻璃板测微器的读数规律
2. 光线始终与平行玻璃板垂直，视线上移时，平行玻璃板后仰，测微器读数变小，视线下移时，平行玻璃板前俯，测微器读数变大。
3. 当平行玻璃板与水平视线正交时，测微分划上读数为5mm，而不是0。
4. 设视线水平时标尺读数为，转动测微螺旋使楔形丝对准最近的标尺分划刻度，测微器读数为，则根据②有，可解出，加上标尺所在水准点高程即得视线高度。

## 精密水准仪和水准尺的检验

### 光学测微器隙动差和分划值的测定

1. 隙动差的测定

比较旋进测微螺旋和旋出测微螺旋照准特制分划尺上同一分划线在测微分划尺上的读数，读数差不宜超过2格。

为避免这种误差影响，一般作业时只采用旋进测微螺旋进行读数（最后旋转方向为旋进），对径分划两次接合读数取中数。

1. 分划值的测定

利用一根分划值经精密检定的特制分划尺和测微尺进行比较求得。将特制分划尺竖立在与仪器等高的一定距离处，旋转测微螺旋，使楔形丝先后对准特制分划尺上两相邻的分划线，这时测微器分划尺移动了格，设特制分划尺上分划线间隔为，则分划值。（实际格值与名义格值之差应小于0.001mm）

### 视准轴与水准轴相互关系的检验与校正

水准轴与视准轴一般既不在同一平面内，也不相互平行，而是两条空间直线。水准轴与视准轴在垂直平面上投影的交角，称为角误差；水准轴与视准轴在水平面投影的交角，称为角误差，即交叉误差。

1. 角的检验

S=20.6m

S=20.6m

S=20.6m

J1

J2

B

A

图5‑2 角的检验

如图5‑2所示，在测站J1和J2上得到A、B的正确高差为

两式相减得

解得

为简化计算使，则。

1. 气泡式水准仪交叉误差（角）的测定

### 倾斜螺旋隙动差和分划值的测定

### 调焦镜运行误差的测定

### 双摆位自动安平水准仪摆差2*c*的测定

## 精密水准测量的主要误差来源

### 与仪器和标尺有关的误差

1. 视准轴与水准轴不平行的误差（角和角）
2. 角误差

角对后视尺和前视尺读数的影响分别为

对观测高差的总影响为

设，要求小到可以忽略不计，如，则有

要求二等水准前后视距差。

1. 角误差（交叉误差）

应对水准仪的圆水准器和交叉误差进行检验和校正，使垂直轴严格垂直（严格垂直时交叉误差不影响读数）。

1. 水准标尺长度误差的影响
2. 水准标尺每米长度误差的影响

尺长改正，设为水准标尺每米间隔平均真长误差，则对一个测站观测高差改正数，对于一个测段。

1. 两水准尺零点不等差的影响

安排偶数个测站加以消除。

### 外界环境引起的误差

1. 温度变化对角的影响

角随时间成比例均匀变化。采用奇数站“后前前后”、偶数站“前后后前”的方法加以削弱。

1. 仪器和水准标尺垂直位移的影响
2. 仪器下沉

随时间成比例均匀变化，采用“后前前后”或“前后后前”的观测程序，关于时间的对称观测加以削弱。

1. 标尺下沉

主要在迁站过程中，由原来的前视尺转为后视尺而下沉，总使后视读数偏大，各测站观测高差偏大，产生系统误差。采用“往返观测”加以削弱。

1. 大气垂直折光的影响

近地面大气层密度存在梯度，光线通过在不断按梯度变化的大气层时，会引起折射系数的不断变化，导致视线成为一条各点具有不同曲率的曲线，在垂直方向产生弯曲且弯向密度较大的一方，这种现象称大气垂直折光。

* 削弱措施

1. 前后视距相等（则折光相同，视线弯曲程度相同）
2. 使视线离地面有足够高度
3. 每一测站往测和返测分别在上午和下午（异午观测）
4. 电磁场的影响
5. 磁场对补偿式自动安平水准仪的影响

### 观测误差的影响

水准气泡居中误差，照准水准标尺上分划的误差，调焦误差，读数误差。

## 精密水准测量的实施

### 精密水准测量的一般规定

1. 前后视距应尽量相等，其差小于规定限值，二等水准测量要求一测站前后视距差小于1.0m，前后视距累积差小于3m。以消除或减弱与距离有关的各种误差对观测高差的影响，如角误差和垂直折光。
2. 往测按奇数站“后前前后”、偶数站“前后后前”的观测程序在相邻测站上交替进行，返测时奇偶数站观测程序与往测相反，即奇数站按“前后后前”、偶数站按“后前前后”的顺序。以消除或减弱随时间成比例均匀变化的误差影响，如角的变化和仪器垂直位移。
3. 每一测段的往测和返测测站数应为偶数，由往测转为返测时，两水准尺应互换位置，并重新整置仪器。测站数设为偶数以消除和减弱水准标尺零点不等差的影响。
4. 应进行往测和返测。以消除或减弱性质相同、正负号也相同的误差影响，如水准尺的垂直位移。
5. 一个测段的水准路线的往测和返测应在不同的气象条件下进行，如分别在上午和下午进行观测。以消除或减弱复杂的大气折光对观测高差的影响。

### 精密水准测量的限差

以二等水准（DS1或DS05）为例，限差如表5‑1所示。

表5‑1 二等水准测量的限差

|  |  |
| --- | --- |
| 项目 | 限差 |
| 视线长度 |  |
| 前后视距差 |  |
| 前后视距累积差 |  |
| 视线高度（下丝读数） |  |
| 基辅分化读数差 |  |
| 基辅分划所得高差之差 |  |
| 上下丝读数均值与中丝读数差 | （分划尺）  （分划尺） |
| 检测间歇点高差之差 |  |
| 测段路线往返测高差不符值 |  |
| 符合路线闭合差 |  |

## 跨河精密水准测量

### 跨河精密水准测量的特点

由于跨越障碍物视线较长，使得：

1. 观测前后视线不等，角误差随视线长度的增大而增大。
2. 大气垂直折光的影响增大。
3. 难以精确照准水准标尺分划和无法读数。

### 跨河精密水准测量的场地布设

1. Z字形
2. 平行四边形和等腰梯形

### 跨河精密水准测量的观测方法

1. 光学测微法

预制有加粗标志线的觇板，矩形标志线的宽度取跨越障碍的1/25000，长度约为宽度的5倍，觇板中央开一小窗口，小窗口中央装有一条恰好平分矩形标志的水平指标线，可用马尾丝或细铜丝代之。

1. 倾斜螺旋法
2. 经纬仪倾角法

# 椭球面上的测量计算

## 地球椭球的基本几何参数及其相互关系

### 旋转椭球

椭圆绕其短轴旋转而形成的几何体。

1. 子午圈（经圈）：包含旋转轴的平面与椭球面相截所得的椭圆。
2. 平行圈（纬圈）：垂直于旋转轴的平面与椭球面相截所得的圆。
3. 卯酉圈：过椭球面上一点的法线且与该点子午面相垂直的法截面同椭球面相截形成的闭合圈。

### 地球椭球的基本几何参数

表6‑1 旋转椭球的基本几何参数

|  |  |
| --- | --- |
| 参数名称 | 表达式 |
| 长半轴 |  |
| 短半轴 |  |
| 扁率 |  |
| 第一偏心率 |  |
| 第二偏心率 |  |

设为大地纬度，引入参数：

辅助函数：

## 椭球面上常用坐标系

### 大地坐标系

通过大地经度、大地纬度、大地高描述。

大地经度：地面上一点所在的椭球子午面与起始子午面的二面角，向东为正，称为东经（0°~180°），向西为负，称为西经（0°~180°）。

大地纬度：过地面点的椭球面法线与赤道面的夹角，向北为正，称为北纬（0°~90°），向南为负，称为南纬（0°~90°）。

大地高：地面点沿法线方向到椭球面的距离。

### 空间直角坐标系（右手系）

以椭球中心为原点，起始子午面与赤道面交线为轴，在赤道面上与轴正交的方向为轴，椭球体的旋转轴为轴，构成右手系-。

### 子午面直角坐标系（右手系）

设点（椭球面上点）的大地经度为，在过点的子午面上，以子午圈椭圆中心为原点，以旋转轴为轴，与轴正交方向为轴构成右手系，建立平面直角坐标系-，点坐标用、、表示，属于右手系（参考图6‑2）。总能位于第一象限？南半球不行？。

### 地心纬度坐标系与归化纬度坐标系

1. 地心纬度坐标系

表示，为大地经度，为地心纬度，即地面点和椭球中心连线与赤道面的夹角，为点向径。

1. 归化纬度坐标系

表示，为大地经度，为归化纬度（图6‑1）。

* 注解

1. 当点不在椭球面上，使用投影点的经纬度，并增加大地高来描述点位。
2. 子午面直角坐标系以及地心纬度、归化纬度坐标系主要用于大地测量公式推导（起到过渡作用）和某些特殊测量计算。

图6‑1 点的归化纬度

### 大地极坐标系

为椭球面上任一点，为过点的子午线，为连接的大地线长，为大地线在点的方位角，以为极点、为极轴、为极半径、为极角，构成大地极坐标系，用表示。

### 站心地平坐标系（左手系）

1. 站心地平直角坐标系-

以测站点为原点，过测站点的椭球面法线为轴，指向天顶为正，以大地子午线方向为轴，向北为正，轴与平面垂直（平行圈方向），向东为正，用-表示，属于左手系。

1. 站心地平极坐标系-

：目标点到测站点的距离。

：大地方位角，过测站的子午面顺时针转向包含测站点法线和目标点的垂直面之间的夹角（0°~180°）。

：大地天顶距，测站点法线与测站和目标点连线的夹角（0°~90°）。

1. 站心地平直角坐标系与极坐标系的关系

## 椭球面上常用坐标系间的关系

### 子午面直角坐标系同大地坐标系的关系

式中：为椭球面上某点的子午面直角坐标，为该点的大地纬度，为该点的卯酉圈曲率半径（等于图6‑2中的），为椭球偏心率。

图6‑2 子午面直角坐标系同大地坐标系关系推导辅助图

* 推导

子午圈椭圆在子午面直角坐标系中的方程为

两边同时对求导得点所在椭圆切线斜率

进而可得

上式代入椭圆方程并化简得

解得

根据辅助图和上式可知

即得子午面直角坐标同大地坐标的关系

### 空间直角坐标系同子午面直角坐标系的关系

式中：为椭球面上某点在空间直角坐标系下的坐标，为对应点在子午面直角坐标系下的坐标，为大地经度。

### 空间直角坐标系同大地坐标系的关系

1. 不考虑大地高的情况

椭球面上任一点的空间直角坐标同大地坐标的关系如下式

式中：为椭球面上某点的空间直角坐标，为该点的卯酉圈曲率半径，为旋转椭球的第一偏心率，、分别为对应点的大地经度和大地纬度。

1. 顾及大地高的情况

是**还是?**

式中：，外法线单位矢量（即分别沿轴、轴、轴的方向余弦）。

### 大地纬度、归化纬度、地心纬度的关系

图6‑3 三种纬度关系推导辅助图

1. 和的关系

点的子午面直角坐标为

，

从而有

得到和的关系式

1. 和的关系
2. 和的关系
3. 、、的大小关系

根据以上推导过程可得。

## 椭球面上的几种曲率半径

### 子午圈曲率半径

根据上式对求导得

从而有

即子午圈曲率半径为

* 子午圈曲率半径的特点

随纬度增加而增大，为极点处的子午圈曲率半径。

### 卯酉圈曲率半径

* 卯酉圈曲率半径的特点

随纬度的增加而增加，为极点处的卯酉圈曲率半径，极点处。

### 平均曲率半径

### 、、之间的关系

，即卯酉圈曲率半径最大，子午圈曲率半径最小。

表6‑2 椭球面上三种曲率半径的表达式比较

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 曲率半径 | 表达式 | 特点 |
| （卯酉圈） |  | 随纬度的增加而增加，为极点处的卯酉圈曲率半径，极点处 |
| （平均） |  |  |
| （子午圈） |  | 随纬度增加而增大，为极点处的子午圈曲率半径 |

## 大地线

### 大地线的定义

椭球面上两点间的最短曲线。地面上测得的方向、距离，在椭球面上计算时应归算成大地线的方向、距离。

### 相对法截线

（差个图相对法截面的图）

椭球面上任取两点、，由照准点，过点的椭球面法线以及点构成的照准面同椭球面的截线称点的正法截线或点的反法截线；同样由点照准点的照准面与椭球面的截线称为点的正法截线或点的反法截线。这两条法截线互不重合，称、两点的相对法截线。

* 注解

### 大地线与相对法截线的关系

设正反法截线夹角为，大地线位于正反法截线之间，并靠近正法截线，与正法截线夹角。（差个图）

## 地面观测值归算至椭球面

* 两个要求

### 地面观测水平方向归算至椭球面

1. 垂线偏差改正

把以铅垂线为依据的地面观测的水平方向归算至以法线为依据的方向值而应加的改正，以表示。

1. 标高差改正

由照准高度引起，照准点高出椭球面某一高度，则照准面不能通过照准点法线同椭球面的交点。

1. 截面差改正

纬度不同的两点由于其法线不共面，所以在对向观测时相对法截弧不重合，应当用两点间的大地线代替相对法截弧，将法截弧方向化为大地线方向应加的改正称为截面差改正。

### 地面观测长度归算至椭球面（书上改正公式?）

1. 基线尺量距的归算
2. 垂线偏差的影响：使垂线与法线不一致，水准面不平行于椭球面，与基线端大地高差有关，一般较小。
3. 高程对长度的影响：与基线的平均高程（大地高）及长度有关。
4. 电磁波测距的归算（改正公式？）
5. 由于控制点之间高差引起的倾斜改正测线改正为平距
6. 由平均测线高出参考椭球面而引起的投影改正测线改正为弦线
7. 由弦长化为弧长的改正

* 注解：根据(1)、(2)知地面观测长度归算到椭球面上总是缩短的。

## 大地测量主题解算

1. 大地元素

大地经度、大地纬度、两点间的大地线长度及正、反大地方位角、。

1. 大地主题解算

由已知某些大地元素推求另一些大地元素称为大地主题解算。

1. 大地主题正解

由已知点的大地坐标，至点的大地线长及大地方位角求解点大地坐标和大地线在的反方位角。

1. 大地主题反解

由已知点、的大地坐标、，计算至的大地线长及正、反大地方位角。

1. 白塞尔大地主题解算的基本思想

将椭球面上大地元素按白塞尔投影条件投影至辅助球面，继而在球面上进行大地主题解算，最后将球面上的计算结果换算到椭球面上。

# 椭球面元素归算至高斯平面——高斯投影

## 地图投影

将椭球面上元素（坐标、方位、距离）按一定数学法则投影到平面上。

1. 按变形性质划分
2. 等角投影（正形投影）：投影长度比与方向无关，角度不变。
3. 等积投影：投影前后面积不变。
4. 任意投影：既不等角，也不等积。若保持某一主方向长度比为1，则为等距投影。
5. 按经纬网投影形状划分
6. 方位投影：取一平面与椭球极点相切，将极点区域投影在该平面上。

特点纬线投影后成以极点为圆心的同心圆，经线为其向径。

1. 圆锥投影：取一圆锥面与椭球某条纬线相切，将纬圈附近区域投影于圆锥面上，再将圆锥面沿某条经线剪开成平面。

特点纬线投影成同心圆，经线为这些圆半径，且经线交角与经差成比例。

1. 圆柱投影（或椭圆柱投影）：取圆柱（或椭圆柱）与赤道相切，将赤道附近区域投影到圆柱面（或椭圆柱面）上，然后将圆柱（或椭圆柱）展开为平面。

特点纬线投影为一组平行线，且对称于赤道经线是与纬线垂直的另一组平行线。

1. 按投影面和原面的相对位置划分
2. 正轴投影：投影面轴线与地球自转轴重合。
3. 斜轴投影：投影面与原面相切于除极点和赤道外的某一位置。
4. 横轴投影：投影面轴线与地球自转轴垂直。

## 高斯投影

### 高斯平面直角坐标系

图7‑1 高斯投影

横轴等角切椭圆柱投影

以中央子午线和赤道投影后的交点为坐标原点，以中央子午线的投影为纵坐标轴，向北为正；以赤道的投影为横坐标，向东为正。

为使坐标都为正值，纵轴（轴）西移500km，，使得横坐标，并在坐标前冠以带号。

### 高斯投影的性质

1. 中央子午线和赤道投影成相互垂直的直线。
2. 中央子午线投影后长度不变。
3. 具有正形投影性质，无角度变形，长度比与方向无关。
4. 除中央子午线外，其他子午线投影后均向中央子午线弯曲，并向两极收敛，同时对称于中央子午线和赤道。
5. 距中央子午线越远的子午线，投影后弯曲越厉害，长度变形越大。
6. 在椭球面上对称于赤道的纬圈，投影后成为对称的曲线，同时与子午线的投影曲线相互垂直凹向两极。

### 高斯正反算（公式？补充，联系胡杰的毕设）

正算：由大地经度、大地纬度求高斯平面直角坐标系中的、坐标。

反算：由、坐标求大地经度和大地纬度。

可将、展开为经差的幂级数（不直接采用大地经度计算）

式中：是待定系数，它们都是大地纬度的函数。

可见，是的偶函数，是的奇函数，从图7‑1所示高斯投影中可以比较直观地看出。

### 正形投影的一般条件

式中：为经差，称为等量纬度。

* 本质：长度比与方向无关但随点位而异。
* 满足柯西-黎曼条件：

## 椭球面元素归算至投影面

### 平面子午线收敛角

真子午线投影与坐标纵线之间的夹角（或平行圈投影与坐标横线之间的夹角），用表示。

* 性质

图7‑2 平面子午线收敛角

（注意：经纬线是相互垂直的）

1. 为的奇函数，且同一纬度越大，越大。
2. 有正负，当描写点在中央子午线以东时，为正；在西时，为负。
3. 当不变时，随纬度增加而增大。

### 方向改化

大地方位角与坐标方位角之间的关系为

式中：为坐标方位角，为大地方位角，为子午线收敛角，为方向改化。

式中：，为

### 距离改化

1. 高斯投影面与椭球面的长度比
2. 用平面坐标表示的长度比公式

式中：为投影面上微分元素，为椭球面上微分元素。经推导得最终的长度比公式

式中：为投影面的长度，为对应的大地线长，表示按大地线始末两端点的平均纬度计算的椭球的平均曲率半径（平均曲率半径公式为），（不取？）长度变形为。

1. 用大地坐标表示的长度比公式

式中：、为大地纬度的函数，为经差。

* 注解

由①、②所示的长度比公式可知，将椭球面上长度归算至高斯投影面上总是增大的。

1. 距离改化公式

### 高斯投影的长度变形规律

根据用大地坐标和用平面坐标表示的长度比公式可以得出高斯投影长度变形的规律：

1. 长度比只与点位和有关，即只是点位坐标的函数，只随点位而异，而与一点上的方向无关。
2. 当（或）时，亦即在纵坐标轴上（或中央子午线上），各点长度比都为1，即中央子午线投影长度不变。
3. 当（或）时，不管（或）正负，亦即不管该点在纵坐标轴之东还是之西，由于是（或）的偶函数，恒大于1。即不在中央子午线上的点投影后变长了。
4. 长度变形与（或）成比例地增大，对于椭球面上等长的子午线来说，离开中央子午线越远的那条，其长度变形越大，而对某一条子午线来说，在赤道处有最大的变形。

## 邻带坐标换算

### 间接换带

Ⅰ带平面坐标以经差表示的大地坐标，得到，实际大地坐标，得Ⅱ带平面坐标

### 直接换带（补充？）

设椭球面上一点，已知它西带（Ⅰ带）坐标，直接求它在东带（Ⅱ带）坐标。

* 思路：构造辅助点，在椭球面上选一点，使、对称于分带子午线。

## 通用墨卡托（UTM）投影和高斯投影族

### 通用墨卡托投影

属于横轴等角割椭圆柱投影，中央经线投影长度比为0.9996，也称=0.9996的高斯投影。

* 性质

在两条割线上没有长度变形，离开这两条割线愈远变形愈大，在两条割线以内长度变形为负，以外长度变形为正。

### 高斯投影族

1. 引入原因

引入高斯投影族，是为了保留高斯投影的优点而减少其长度变形的缺点。

1. 高斯投影族满足的一般条件

概括依经线分带的一族横轴等角投影，满足条件：

1. 中央经线和赤道投影为互相垂直的直线，且为投影的对称轴。
2. 具有等角性质。
3. 中央经线长度比。

## 兰勃脱投影

## 工程测量投影面与投影带的选择

### 归算到椭球面和高斯投影面的两种投影变形

1. 实量边长归算到椭球面的变形影响（改正的公式）

地面实量边长归算到椭球面上，总是缩短的，且与高出参考椭球面的平均高程的增大而增大。

1. 将参考椭球面上的边长归算到高斯投影面上的变形影响（改正的公式）

总是正值，即表示将椭球面上长度归算至高斯投影面上，总是增大的，且值随归算边两端点横坐标平均值的平方成正比而增大，离中央子午线愈远，变形愈大。

### 投影面与投影带选取的基本出发点

1. 在满足工程测量精度要求的前提下，为使测量成果一测多用，采用国家统一3°带高斯平面直角坐标系。
2. 当边长的两次归算投影改正不满足精度要求时，可采用任意带的独立高斯投影平面直角坐标系。

### 工程测量中可能采用的直角坐标系

1. 国家3°带高斯平面直角坐标系
2. 抵偿投影面的3°带高斯平面直角坐标系（改变）

投影高程面为补偿高斯投影长度变形而选择的高程参考面，在这个高程参考面上长度变形为零。

1. 任意带高斯平面直角坐标系（改变）

为补偿高斯投影长度变形而选择某一子午线为中央子午线。

1. 具有高程抵偿面的任意带高斯平面直角坐标系（改变和）
2. 假定平面直角坐标系

测区控制面积<100km2，可不进行方向和距离改化，直接把地球局部表面作为平面而建立的独立的平面直角坐标系。